

Q1 Dalga fonksiyonunun şeklini elde etmek için farz edelim ki kare kutumuzun sınırları $-\frac{a}{2}$ ve $\frac{a}{2}$ olsun. $-\frac{a}{2}$ ve $\frac{a}{2}$ noktalarında bulunmak için sonsuz enerji gerektiğine göre parçacık bu noktalarda bulunmaz. O halde bu noktalarda $\Psi=0$ olmalı. Bu koşulları uygularsak:

$$\Psi(x) = \tilde{A}e^{ikx} + \tilde{B}e^{-ikx} = A\sin(kx) + B\cos(kx)$$

$$\Psi\left(\frac{a}{2}\right) = A\sin\left(\frac{ka}{2}\right) + B\cos\left(\frac{ka}{2}\right) = 0$$

$$\Psi\left(-\frac{a}{2}\right) = -A\sin\left(\frac{ka}{2}\right) + B\cos\left(\frac{ka}{2}\right) = 0$$

$$2B\cos\left(\frac{ka}{2}\right) = 0$$

→ Ancak sin ve cos aynı değerde 0 olmadığına göre

1. ihtimal

$$A = 0$$

$$\cos\left(\frac{ka}{2}\right) = 0$$

Bunun sağlanması için

$n = 1, 3, 5, \dots$ olmak üzere

$k_n = n\frac{\pi}{a}$ olması gerekir.

Çözüm 1: $n = 1, 3, 5, \dots$ için

$$\Psi_n = B\cos(k_n x)$$

$$P_n = |\Psi_n|^2 = |B|^2 \cos^2(k_n x)$$

2. ihtimal

$$B = 0$$

$$\sin\left(\frac{ka}{2}\right) = 0$$

Bunun sağlanması için

$n = 2, 4, 6, \dots$ olmak üzere

$k_n = n\frac{\pi}{a}$ olması gerekir.

Çözüm 1: $n = 2, 4, 6, \dots$ için

$$\Psi_n = A\sin(k_n x)$$

$$P_n = |\Psi_n|^2 = |A|^2 \sin^2(k_n x)$$

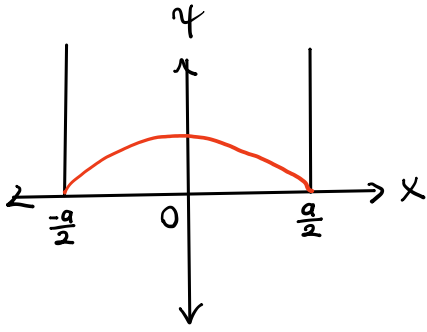
A ve B değerlerini elde etmek için ise şu adımlar izlenir.

$\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} P(x) dx = 1$ olmalı çünkü parçacık yalnızca bu aralıkta bulunabilir. O halde

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} |A|^2 \sin^2(k_n x) dx = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} |B|^2 \cos^2(k_n x) dx = |A|^2 \frac{a}{2} = |B|^2 \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow A=B=\sqrt{\frac{2}{a}}$$

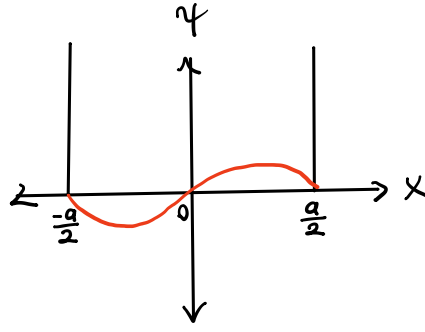
0 halde dalgı fonksiyonları

$$n=1 \Rightarrow \psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$



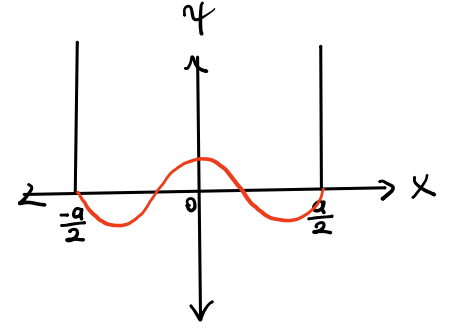
$n-1=0$ kere eksenı keser

$$n=2 \Rightarrow \psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$$



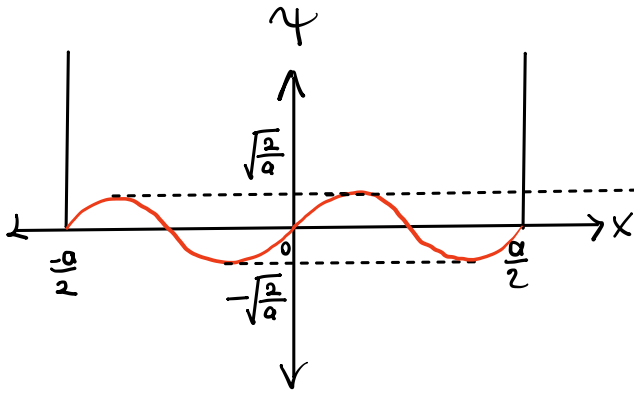
$n-1=1$ kere eksenı keser

$$n=3 \Rightarrow \psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{3\pi x}{a}\right)$$

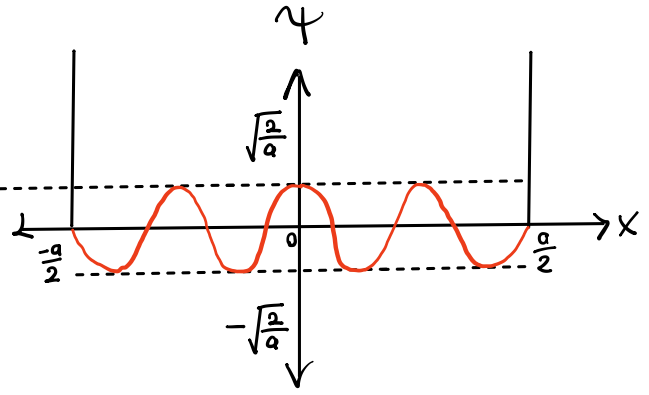


$n-1=2$ kere eksenı keser

$$n=4 \Rightarrow \psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{4\pi x}{a}\right)$$



$$n=7 \Rightarrow \psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{7\pi x}{a}\right)$$



Şeklinde devam eder.

